

신호와 시스템의 개요

책의 ‘1절 신호 및 시스템의 소개’와 관련하여 설명을 보충하고 이 책의 전체 구성과 흐름을 한 눈에 파악할 수 있는 그림을 제시하였다.

책의 ‘2절 신호와 시스템의 개념’과 관련하여 신호 처리의 예와 설명을 추가로 보충하여 신호 처리에 대한 이해를 도울 수 있도록 하였다.

또한 책의 ‘3절 신호와 시스템의 표현’과 관련하여 변환 연결의 개념과 블록선도 표현의 적절한 예를 추가해서 보충 설명하였고, 수학적 모형화와 관련하여 RLC 직렬회로를 대상으로 자세히 살펴보았다.

이러한 심화 학습 자료를 통해 책에서 다룬 내용들을 더 잘 이해하고 좀 더 깊이 있게 학습할 수 있을 것이다.

1.1 신호 및 시스템의 소개

왜 신호와 시스템을 배우는가?(Why)

전기통신, 정보통신, 계측, 제어, 음성/영상 처리, 회로 해석/설계, 원격 감시/제어, 생체의용 공학, 기상 예측, 지진 예측, 진동 분석 등을 비롯하여 모든 기술 영역에서 신호와 시스템의 개념이 점점 보편화되고 있다. 신호와 시스템은 따로 분리해서 생각할 수 없는 개념으로, 다양한 신호와 시스템들을 능숙하게 다룰 수 있는 공통의 토대를 ‘신호 및 시스템’에서 잘 길러둔다면 적용 분야가 달라도 훨씬 쉽고 편하게 문제를 해결할 수 있을 것이다.

책에서 설명한 사례 외에 신호 속에 담긴 정보가 중요한 또 다른 예로, 병원에 가서 검진 받을 때 체온, 혈압, 맥박, 심전도 등을 측정하는 일을 들 수 있는데, 이러한 생체 데이터로부터 건강 상태를 확인하고 질병을 찾아내거나 예방할 수 있다. 또한 주식 가격의 변동 추이를 잘 알고 있다면, 어떤 주식을 언제 사고 팔 것인지를 올바르게 결정할 수 있을 것이다. 다시 말해, **신호의 관측과 분석을 통해 보다 합리적인 판단과 행동이 가능하고 대상을 효율적으로 통제(제어)할 수 있게 되는 것이다.** 이것이 우리가 신호와 시스템을 체계적으로 배우려는 이유이자 목적이다.

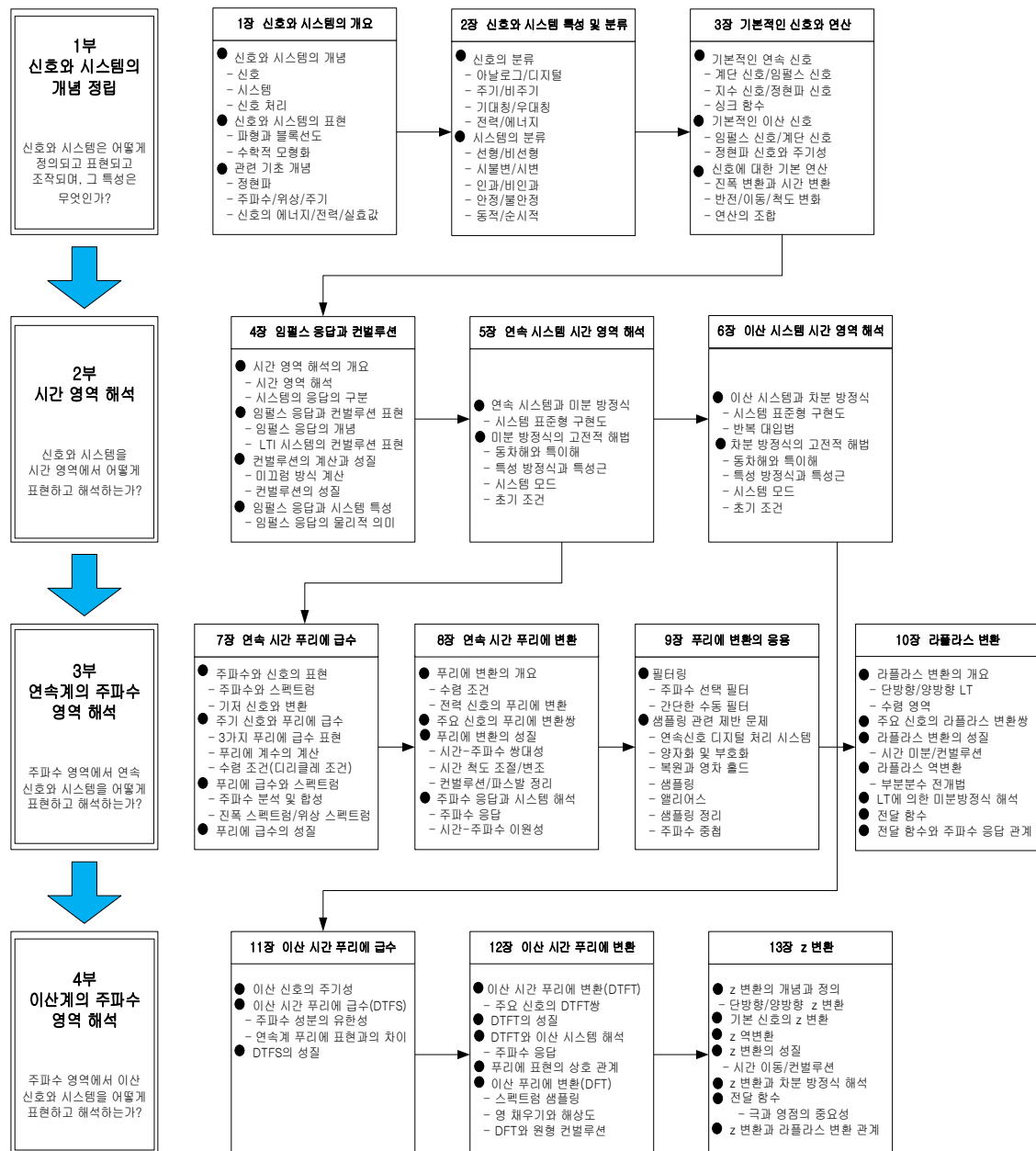
어떻게 신호와 시스템을 다룰 것인가?(how)

모형화는 다양한 동물들을 뼈대만 추려서 그 구조를 그림으로 나타내는 것과 비슷하다고 할 수 있다. 전기회로는 대부분 구성이 간단하여 수학적 모형을 얻기가 비교적 쉽지만, 수많은 부품으로 이루어진 비행기의 경우는 다수의 신호가 상호 연관되어야 하므로 수학적 모형을 찾기가 매우 복잡하다. 신호와 시스템에 대한 수학적 모형이 구해지면, 용광로 온도, 자동차 속도, 전기회로의 전압 전류, 진자의 위치 등 물리적인 형태와 특성이 전혀 다른 신호와 (이를 발생시키는) 시스템이라 할지라도 같은 틀 아래에서 정량적인 분석과 이론적인 취급이 가능해진다.

사실 신호와 시스템의 수학적 모형화는 시작이 반이라는 속담이 딱 들어맞을 만큼 중요한 작업이지만, 이 책에서는 주로 수학적 모형화 이후의 작업, 특히 해석에 초점을 맞추어 중점적으로 다루게 된다. 설계는 목적과 용도에 따라 적합한 방법을 적용하는 것이 바람직하므로 이 책에서는 다루지 않고, 필터는 신호 처리, 제어기는 제어 공학과 같이 각 응용 분야에서 맞춤으로 배우게 될 것이다.

신호와 시스템에 대한 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현은 학생들을 이름 외에 학번으로 나타내기도 하는 것처럼 표현만 달라질 뿐이지 결코 신호와 시스템 그 자체가 바뀌는 것은 아니다. ‘신호 및 시스템’을 어렵다고 생각하는 이유는 대부분 변환의 물리적 의미를 잘 이해하지 못하는 데다 변환에 필요한 수학 계산에서 어려움을 겪기 때문일 것이다. 변환은 이 책의 중반부 이후의 모든 내용이 그와 관련된 것일 만큼 신호와 시스템에서 중요한 주제로서 잘 익혀두어야 한다.

이 책에서는 (책)[그림 1-1]의 신호와 시스템을 취급하는 전체 흐름에서 중간의 몸통이라 할 수 있는 해석과 관련된 주제들과 방법을 중점적으로 다룬다. 이에 대한 사전 준비로 기초 개념 다지기부터 시작하여 연속 시스템과 이산 시스템의 시간 영역 해석, 그리고 연속 신호와 시스템의 주파수 영역 해석 및 이산 신호와 시스템의 주파수 영역 해석의 순서로 대략 4부로 나누어 신호와 시스템을 다루어 나가게 된다. 그중에서도 3부의 연속 신호와 시스템의 주파수 영역 해석은 주파수 영역으로 표현을 바꾸는 변환-푸리에 급수와 푸리에 변환, 라플라스 변환-들을 배우고 익히며, 이들을 이용해서 신호의 스펙트럼과 시스템의 주파수 응답/전달 함수를 구하고 신호와 시스템의 특성을 분석하는 데까지 학습하게 된다. 3부야말로 ‘신호 및 시스템’의 핵심이요 꽃이라 할 수 있다.



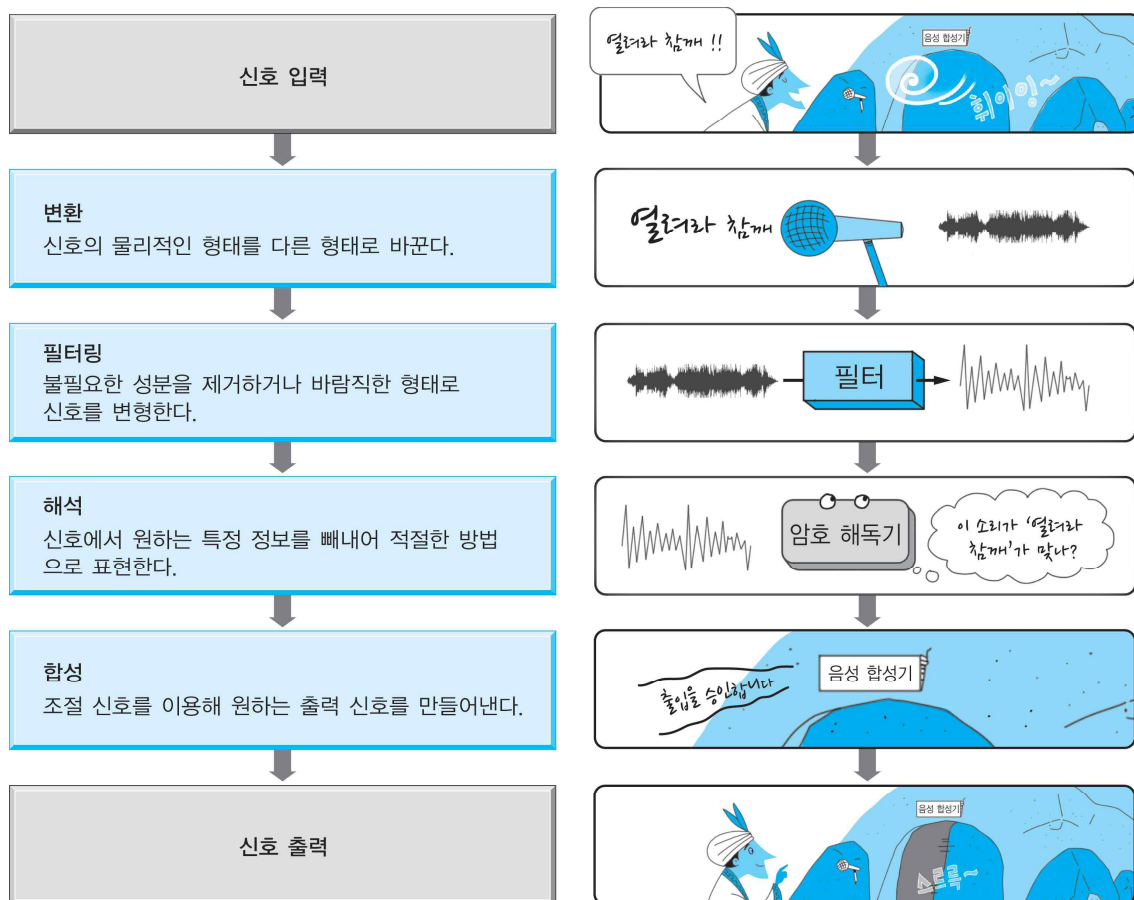
[그림 C1-1] 이 책의 전체 구성 및 흐름도

1.2 신호와 시스템의 개념

1.2.3 신호 처리

정보의 추출, 가공, 송수신, 이용은 일상생활에서 다반사로 일어나는 행위이다. 따라서 신호 처리 기술이 필연적으로 개입될 수밖에 없으며, 사회와 기술 발전의 추세에 따라 신호 처리의 응용 분야는 급속도로 팽창하고 있다.

[그림 C1-2]는 신호 처리에서 실제 어떤 일들이 이루어지는지 이해할 수 있도록, 책에서 예를 들었던 ‘알리바바와 40인의 도둑’ 이야기에서 “열려라 참깨”라는 암호로 동굴 문을 여는 장면을 현대판 보안 시스템으로 바꾸어 시각적으로 알기 쉽게 나타낸 것이다. 일반적으로 해결해야 할 문제에 따라 [그림 C1-2]의 작업 중에서 필요한 것들을 골라 순서도 다르게 제조합하여 신호를 처리하게 된다.



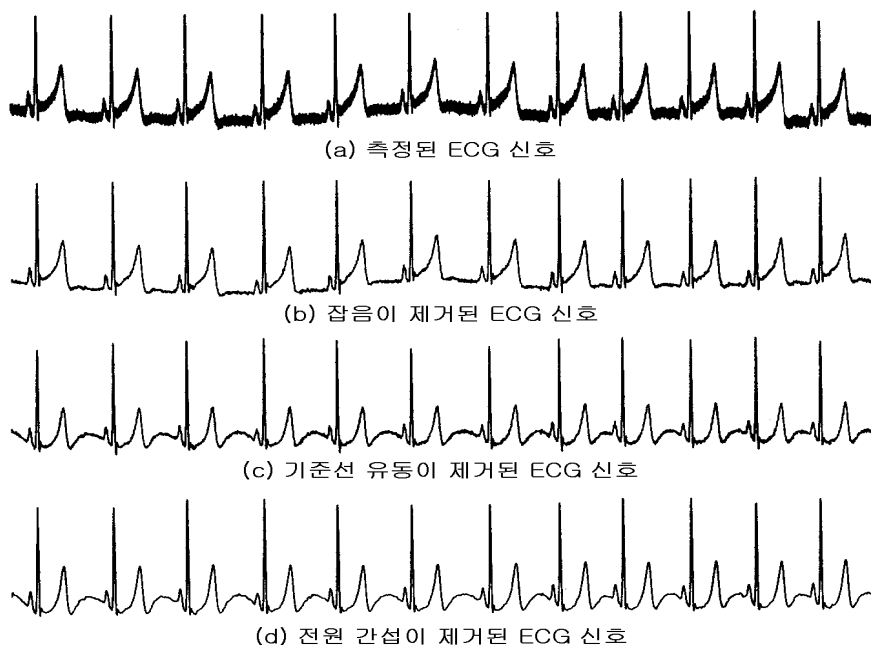
[그림 C1-2] ‘알리바바와 40인의 도둑’의 현대판 보안 시스템의 신호 처리

영국에서 열리는 프리미어리그 축구 경기를 한국의 집 거실 TV에서 실황으로 시청하는 경우를 생각해보자. 축구 경기장에서 방송팀이 경기를 촬영하면 영상 및 음성 신호가 만들어져 경기장 옆에 있는 중계차로 보내진다. 중계차에서는 이를 송신에 적합한 신호로 변환하

여 무선으로 방송국에 송신한다. 방송국에서는 이 신호를 다시 변환하여 중계 위성으로 송신하게 되고, 중계 위성은 이를 한국의 기지국으로 재전송한다. 기지국에서 수신된 신호는 방송국으로 다시 송신되고, 방송국에서는 수신된 영상 및 음성 신호를 방송용으로 변환하여 대기 중으로 전파를 방사한다. 그러면 집 TV 안테나가 대기 속에 퍼져 있는 수많은 신호 가운데 TV 채널이 지정한 특정 방송사의 전파를 검출하게 된다. 이것을 집의 TV가 사람이 보고 들을 수 있는 신호로 바꾼 뒤 신호의 세기를 증폭하여 영상은 LCD 패널로 음성은 스피커로 분리하여 보내면, 최종적으로 영상과 음성이 재생되어 즐겁게 프리미어리그 축구 경기를 관람할 수 있는 것이다.

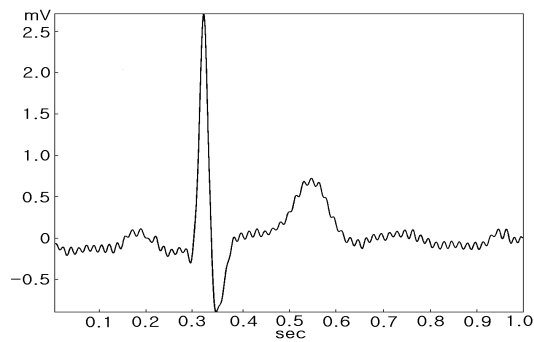
■ 부연 설명 : <Tip & Note> 심전도(ECG) 신호의 처리

1.2.1절에서 소개한 심전도 신호는 측정 전극을 통해 감지되는 전압이 [mV] 수준의 아주 미약한 신호이므로, 전극의 위치나 상태와 같은 측정 환경, 미세한 근육의 떨림이나 움직임, 계측기 전원 등의 영향을 받는다. 따라서 실제로는 (책)[그림 1-3]과 같은 깨끗한 파형이 아니라 고주파 잡음과 기준선 유동^{drift}, 전원 간섭^{interference}이 혼재된 [그림 C1-3(a)]의 신호가 측정된다. 그러므로 올바른 의학적 진단을 내릴 수 있는 깨끗한 파형을 얻기 위해서는 필터를 이용해 신호를 처리해야만 한다. 이 측정 신호에 대해 먼저 저역 통과 필터를 이용해 고주파 잡음을 없애면 [그림 C1-3(b)]와 같이 된다. 그런 다음, 파형의 기준선이 천천히 변동하는 기준선 유동 현상은 저주파 특성을 보이므로 고역 통과 필터에 의해 제거하면 [그림 C1-3(c)]의 파형이 얻어진다. 그림을 보면 심전도 파형은 여전히 깨끗하지 않고 전원 간섭에 의한 진동이 섞여 있다. 전원에 의한 간섭 현상은 생체 신호 계측에서 흔히 발생하는 문제로, 정확한 진단을 위해서는 반드시 제거 또는 감소시켜야 한다. 간섭을 일으키는 신호는 상용 전원 주파수인 60[Hz] 또는 그 정수배인 고조파^{harmonics} 성분이므로 특정 주파수 주변의 좁은 구간 주파수 성분을 제거하는 노치 필터^{notch filter}를 써서 처리하면 된다. 그렇게 해서 최종적으로 얻어진 결과 파형이 [그림 C1-3(d)]이다.

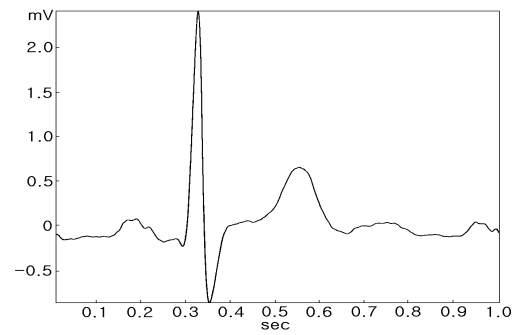


[그림 C1-3] ECG 신호의 처리

[그림 C1-4]는 전원 간섭 제거 효과를 더 확실히 보여주기 위해 [그림 C1-4(c)]의 ECG 신호의 한 주기 파형을 확대하여 나타낸 것이다. [그림 C1-4(a)]는 전원 간섭이 존재하는 파형이고 [그림 C1-4(b)]는 노치 필터에 의해 전원 간섭이 제거된 깨끗한 파형이다.



(a) 전원 간섭이 있는 ECG 신호



(b) 전원 간섭이 제거된 ECG 신호

[그림 C1-4] 노치 필터에 의한 ECG 신호의 전원 간섭 제거

1.3 신호와 시스템의 표현

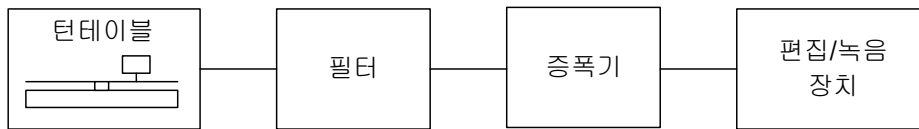
1.3.1 시각적 표현 : 파형과 블록선도

폐환 연결

폐환(feedback)은 폐로를 형성하여 출력을 입력단으로 되먹여 입력과 비교될 수 있게 하는 동작으로서, 많은 신호 처리 장치나 제어 시스템에서 요긴하게 사용된다. 폐환 연결에서는 통상 (책)[그림 1-10]에서도 볼 수 있듯이 신호의 감지(sensing)와 비교 동작이 요구된다. 폐환은 시스템의 안정도나 감도의 개선, 오차 감소, 과도응답 조정 및 제어의 용이성, 외란 및 잡음 제거 등을 위해 주로 활용된다.

■ 예 : 시스템의 블록선도 표현 - 음반 복각

요즘 보급형 오디오에는 턴테이블이 없는 경우가 대부분이다. 이는 LP판이 점차 사라지고 CD가 주류를 이루고 있기 때문이다. 그러나 음악 애호가들은 LP시대에 나왔던 음악, 심지어 스테레오도 아닌 모노 시대에 녹음되었던 거장들의 명반이나, 초창기 축음기 시대의 연주에 대해 향수를 느끼고 찾는다. 따라서 음반 제작사에서는 옛 음반을 CD로 다시 만드는 (복각) 작업을 하기도 한다. 이러한 음반 복각 시스템의 개략적인 구성은 [그림 C1-5]의 블록선도와 같다.



[그림 C1-5] 음반 복각 시스템

턴테이블에서는 바늘과 카트리지가 레코드판에 홈의 형태로 새겨진 소리를 홈의 깊이와 비례하는 크기의 전압으로 변환시켜서 필터로 보낸다. 그러면 필터에서는 찢찢거리는 hiss와 같은 잡음들을 제거하고, 증폭기를 통해 필터링된 음원을 증폭하여 섬세한 신호 처리가 이루어질 수 있도록 충분한 신호 레벨을 확보한다. 편집/녹음장치는 이 신호에 대해 피치 조정, 스테레오(또는 채널) 분리, 채널별 이득(레벨) 조정 등 여러 가지 작업을 진행하여 마치 최근 스튜디오에서 녹음한 것처럼 깨끗한 음질로 탈바꿈시킨 뒤 디지털화하여 CD 음반으로 새롭게 탄생시키게 된다. 이처럼 음반 복각 시스템도 여러 개의 부시스템으로 구성된 시스템이며, [그림 C1-5]에서 하나의 블록으로 표시된 편집/녹음장치는 다시 여러 개의 부시스템으로 쪼개어 보다 상세한 구성을 보여주는 블록선도로 만들 수 있다.

1.3.2 이론적 표현 : 수학적 모형화

시스템의 수학적 모형

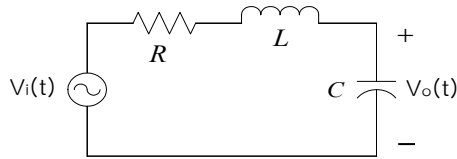
(책)[그림 1-13]에서 설명했듯이, 시스템을 분석, 설계하는 작업은 통상 실제 물리적 시스

템이 아니라 시스템의 수학적 모형에 수학적 방법을 적용하여 이루어지므로 그 결과의 유용성은 모형의 정확성에 달려 있다고 볼 수 있다. [예제 1-1]에서 살펴본 전기회로와 같이 수학적 모형을 구하기가 쉬운 시스템도 있지만, 우주선과 같이 모형화가 매우 복잡하고 어려운 시스템들도 있다.

■ 예제 C1-1 : RLC 직렬회로의 수학적 모형화

[그림 C1-6]의 RLC 직렬회로에 대한 수학적 모형을 몇 가지 형태로 구해 보자.

단 $R=3[\Omega]$, $L=1[H]$, $C=0.5[F]$ 이다.



[그림 C1-6] RLC 직렬회로

① 입출력 표현(시간 영역, 미분 방정식)

폐로 전류를 $i(t)$ 라 두고, 폐로에 Kirchhoff의 전압 평형에 관한 법칙(KVL)을 적용하면

$$v_i(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (C1.1)$$

그런데 폐로 전류는 다음과 같이 나타낼 수 있으므로

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = C \frac{dv_o(t)}{dt} \quad (C1.2)$$

이를 앞에서 구한 회로 방정식에 대입하면

$$v_i(t) = LC \frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t)$$

주어진 회로소자 값을 대입하여 정리하면

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + 3 \frac{dv_o(t)}{dt} + 2v_o(t) = 2v_i(t) \quad (C1.3)$$

② 입출력 표현(주파수 영역, 전달 함수와 주파수 응답)

위에서 얻어진 식 (C1.3)을 라플라스 변환하면

$$s^2 V_o(s) + 3s V_o(s) + 2V_o(s) = 2V_i(s)$$

따라서 복소 주파수(s) 영역에서 표현된 입력과 출력의 비로 정의되는 전달 함수 $H(s)$ 는 다음과 같이 된다.

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} \quad (C1.4)$$

주파수 응답 $H(\omega)$ 은 푸리에 변환된 입력과 출력의 비로 주파수의 함수로 주어지며, 다음과 같이 전달 함수 $H(s)$ 에서 $s = j\omega$ 로 두어 간단히 얻을 수 있다.

$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{2}{(j\omega)^2 + 3(j\omega) + 2} = \frac{2}{(2 - \omega^2) + j3\omega} \quad (C1.5)$$

③ 입출력 표현(시간 영역, 컨벌루션)

임펄스 응답 $h(t)$ 는 식 (C1.4)를 라플라스 역변환하여 구할 수 있다. $H(s)$ 를 부분분수 전개하면

$$H(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

이를 역변환하면 다음과 같이 임펄스 응답이 얻어진다.

$$h(t) = 2e^{-t} - 2e^{-2t}$$

이 임펄스 응답을 이용하여 입출력 관계를 나타내면 다음과 같이 된다.

$$v_o(t) = \int h(t-\tau)v_i(\tau)d\tau \quad (C1.6)$$

④ 상태공간 표현

$v_C(t) = v_o(t)$ 임을 이용하여 식 (C1.1)과 식 (C1.2)를 좌변에 1차 미분항만 남도록 다시 정리하면

$$\begin{cases} \frac{dv_o(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t) \\ \frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{L}v_o(t) - \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}v_i(t) \end{cases}$$

상태변수를 $x_1(t) = v_o(t)$, $x_2(t) = i(t)$ 로 정의하고 시스템의 출력을 $y(t)$ 로 나타내면, 위 식은 다음과 같이 행렬을 이용하여 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} - \frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_i(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i(t) \quad (\text{C1.7a})$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C1.7b})$$

일반적으로 저장(기억) 능력을 가진 시스템 구성 요소와 관련된 변수를 상태변수로 잡게 되며, 전기회로에서는 L 에 흐르는 전류와 C 에 걸리는 전압을 상태변수로 두면 된다.

상태변수는 시스템의 과거, 현재, 미래의 동작 특성에 대한 정보를 담고 있는 변수이며, 실제의 물리적 신호나 가상적 신호 모두 상태변수가 될 수 있다. ■