

공학수학 에센스

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 마인속과 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 04 2계 선형 미분방정식의 활용

[4.1 고계 선형모형]

1. $x = 5\sin(2t + \phi)$

$$\text{단 } \sin \phi = \frac{3}{5}, \quad \cos \phi = \frac{4}{5}, \quad \tan \phi = \frac{3}{4}$$

2. $x = 3\sin(t + \phi)$

$$\text{단 } \sin \phi = -\frac{2}{3}, \quad \cos \phi = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \tan \phi = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

3. $x = 2\sqrt{2}\sin(3t + \phi) = 2\sqrt{2}\sin(3t + \frac{3}{4}\pi)$

$$\text{단 } \sin \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos \phi = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

4. $x = \sqrt{5}\sin(\pi t + \phi)$

$$\text{단 } \sin \phi = \frac{-1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \phi = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \tan \phi = \frac{1}{2}$$

5. $x = 3\cos \frac{7}{\sqrt{30}}t$

6. $x = \frac{16}{7}\sin(\frac{7}{\sqrt{15}}t + \Phi)$

$$\text{단, } \sin \Phi = -\frac{7}{8}, \quad \cos \Phi = \frac{\sqrt{15}}{8}, \quad \tan \Phi = -\frac{7}{\sqrt{15}}$$

7. $x = \frac{5}{7}\sin 14t$

8. $x = e^{-10t}(2\cos 4\sqrt{6}t + \frac{5}{\sqrt{6}}\sin 4\sqrt{6}t)$

[4.2 2계 연립 선형 미분방정식의 모형]

9. $x_1 = c_1\cos 2t + c_2\sin 2t$

$$x_2 = -c_1\sin 2t + c_2\cos 2t$$

10. $x_1 = e^{\frac{5}{2}t}(c_1\cos \frac{\sqrt{7}}{2}t + c_2\sin \frac{\sqrt{7}}{2}t)$

$$x_2 = e^{\frac{5}{2}t}(-(\frac{3}{4}c_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}c_2)\cos \frac{\sqrt{7}}{2}t + (-\frac{3}{4}c_2 + \frac{\sqrt{7}}{4}c_1)\sin \frac{\sqrt{7}}{2}t)$$

CHAPTER 04 2계 선형 미분방정식의 활용

11. $x_1 = -\frac{13}{2}e^{2t} - \frac{3-2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}c_2e^{(1-\sqrt{2})t} - \frac{3+2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}c_3e^{(1+\sqrt{2})t}$
 $x_2 = c_1 + c_2e^{(1-\sqrt{2})t} + c_3e^{(1+\sqrt{2})t} + \frac{7}{2}e^{2t}$ 이다.

12. $x = 2c_1e^t + 2c_2(t-1)e^t - c_3e^{-2t}$
 $y = c_1e^t + c_2te^t + c_3e^{-2t}$
 $z = (c_1 - 2c_2)e^t + c_2(t-1)e^t + c_3e^{-2t}$

13. $x = C_1e^{\sqrt{3}t} + C_2e^{-\sqrt{3}t} - C_3\cos\sqrt{3}t - C_4\sin\sqrt{3}t - \frac{1}{4}e^t$
 $y = C_1e^{\sqrt{3}t} + C_2e^{-\sqrt{3}t} + C_3\cos\sqrt{3}t + C_4\sin\sqrt{3}t + \frac{1}{4}e^t$

14. $q_1' - q_2' - q_3' = 0$
 $q_2' - q_4' - q_5' = 0$
 $10(q_3' + q_4' + q_5') + 5q_3'' = 6$
 $10q_3' + 40q_4' + 40q_5' + 10q_5 = 6$
 $10q_3' + 55q_4' + 40q_5 + \frac{5}{2}q_4 = 6$

15. $x_1(t)$: 임의 시간 t 에서 탱크 A에 남아있는 설탕의 양
 $x_2(t)$: 임의 시간 t 에서 탱크 B에 남아있는 설탕의 양
 $x_1 = \frac{3}{2}c_1e^{-\frac{1}{10}t} - c_2e^{-\frac{3}{5}t}$
 $x_2 = c_1e^{-\frac{1}{10}t} + c_2e^{-\frac{3}{5}t}$

16. $x_1(t)$: 임의 시간 t 에서 탱크 A에 남아있는 소금의 양
 $x_2(t)$: 임의 시간 t 에서 탱크 B에 남아있는 소금의 양
 $(D+0.1)x_1 - 1.5x_2 = 1.5$
 $0.1x_1 - (D + \frac{3}{20+t})x_2 = 3$

17. $86.4e^{-2.16} \approx 9.9641(\text{kg})$