

## 부록 E 해답

### 8장

#### 연습문제 8.1

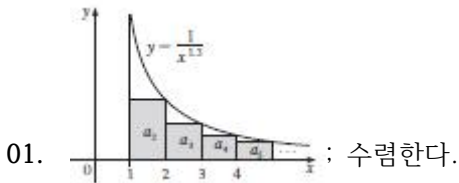
1. (a) 수열은 수의 순서에 의한 리스트이다. 이것은 정의역이 양의 정수들의 집합인 함수로 정의할 수 있다.  
(b)  $n$ 이 커질수록 항들  $a_n$ 이 8에 접근한다.  
(c)  $n$ 이 커질수록 항들  $a_n$ 이 계속해서 커진다.
02.  $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}$ ; 수렴한다.;  $\frac{1}{2}$       03.  $a_n = -3\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
04.  $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n+1}$       05. 1      06. 5      07. 1      08. 발산      09. 0
10. 발산      11. 0      12. 0      13. 0      14.  $e^2$       15. 발산      16.  $\ln 2$
17. (a) 1060, 1123.60, 1191.02, 1262.48, 1338.23      (b) 발산
18. 단조수열정리에 의해 수렴한다.;  $5 \leq L < 8$
19. 감소, 유계수열      20. 단조수열이 아니다. 유계수열이 아니다.      21. 2
22. (a) 생략      (b)      23.  $(3 + \sqrt{5})/2$       24.  $(1 + \sqrt{5})/2$
25. (a) 생략      (b)  $(1 + \sqrt{5})/2$       26. 62      27. 생략
28. 생략      29. 생략      30. 생략      31. 생략

#### 연습문제 8.2

01. (a) 수열은 수들의 순서에 의한 리스트인 반면에 급수는 수들의 리스트를 더한 것이다.  
(b) 부분합열이 수렴하면 급수는 수렴한다. 부분합열이 수렴하지 않으면 급수는 발산한다.
02. 1, 1.125, 1.1620, 1.1777, 1.1857, 1.1903, 1.1932, 1.1952; 수렴
03. 0.5, 1.3284, 2.4265, 3.7598, 5.3049, 7.0443, 8.9644, 11.0540; 발산
04.  $\frac{25}{3}$       05.  $\frac{1}{7}$       06. 발산      07. 발산      08. 발산      09.  $\frac{5}{2}$
10. 발산      11. 발산      12. 발산      13.  $\frac{3}{2}$       14.  $\frac{11}{6}$
15. (a) 생략      (b) 1      (c) 2      (d) 0을 제외한 유한소수로 표현되는 모든 유리수
16. 생략      17.  $\frac{8}{9}$       18.  $\frac{838}{333}$       19.  $-3 < x < 3$ ;  $x/(3-x)$
20.  $-1 < x < 5$ ;  $\frac{3}{5-x}$       21.  $a_1 = 0, a_n = 2/[n(n+1)], n > 1$ 이고 합은 1이다.

22. (a)  $157.875 \text{ mg}; \frac{3000}{19}(1-0.05^n)$  (b)  $157.895 \text{ mg}$
23. (a)  $S_n = \frac{D(1-c^n)}{1-c}$  (b) 5
24.  $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$  25. 생략
26.  $1/[n(n+1)]$  27. 급수는 발산한다. 28. 생략 29. 생략
30.  $\{s_n\}$ 는 유계하고 증가한다.
31. (a)  $0, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, 1$  (b) 생략
32. (a)  $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{23}{24}, \frac{119}{120}; [(n+1)!-1]/(n+1)!$  (b) 생략 (c) 1

### 연습문제 8.3



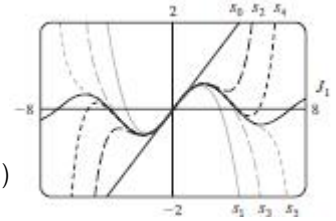
01. ; 수렴한다.
02. (a) 수렴할 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. (b) 수렴한다.
03.  $p$ 급수; 기하급수;  $b < -1$ ;  $-1 < b < 1$  04. 발산 05. 수렴 06. 발산
07. 수렴 08. 발산 09. 수렴 10. 발산 11. 수렴 12. 수렴
13. 발산 14. 수렴 15. 발산 16.  $p > 1$  17. 생략
18. (a) 오차  $\leq \frac{1}{3000}$  (b) 오차  $\leq 0.00005$ 일 때  $s \approx 1.08233$  (c)  $n > 32$
19. (a)  $1.54977$ , 오차  $\leq 0.1$  (b)  $1.64522$ , 오차  $\leq 0.005$  (c)  $n > 1000$
20.  $1.037$  21. 생략 22. 생략 23. 생략 24. 그렇다.
25. 생략 26. 생략 27.  $\textcircled{A} a_n = \frac{1}{n^2}, b_n = \frac{1}{n}$
28. 생략 29. 생략

### 연습문제 8.4

01. (a) 항들이 교대로 양수와 음수인 급수  
(b)  $0 < b_{n+1} \leq b_n$ 이고  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , 여기서  $b_n = |a_n|$ 이다. (c)  $|R_n| \leq b_{n+1}$
02. 수렴 03. 수렴 04. 발산 05. 5
06. 4 07.  $-0.4597$  08.  $0.0676$  09. 작게 추정된다.
10. 절대수렴 11. 절대수렴 12. 조건부수렴 13. 절대수렴
14. 절대수렴 15. 절대수렴 16. 절대수렴 17. 절대수렴
18. 발산 19. 절대수렴 20. 발산 21. 절대수렴
22. (a)와 (d) 23. 생략 24. 생략

### 연습문제 8.5

01.  $x$ 가 변수이고  $a$ 와  $c_n$ 들이 상수일 때,  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$  형태의 급수  
 02. 1,  $(-1, 1)$       03. 1,  $[-1, 1)$       04.  $\infty$ ,  $(-\infty, \infty)$       05. 2,  $(-2, 2)$   
 06. 4,  $(-4, 4]$       07.  $\frac{1}{3}$ ,  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$       08. 1,  $[1, 3]$       09.  $b$ ,  $(a-b, a+b)$   
 10. 0,  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$       11.  $\infty$ ,  $(-\infty, \infty)$       12. (a) 수렴한다.      (b) 수렴하지 않는다.



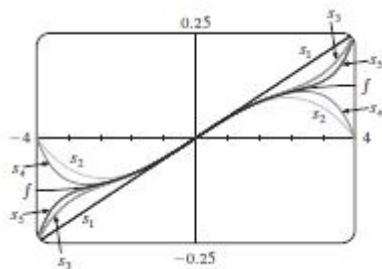
13.  $k^k$       14. 없다.      15. (a)  $(-\infty, \infty)$       (b), (c)

16.  $(-1, 1)$ ,  $f(x) = (1+2x)/(1-x^2)$       17. 생략      18. 2

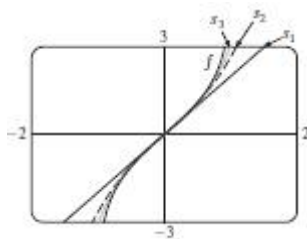
### 연습문제 8.6

01. 10      02.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ ,  $(-1, 1)$       03.  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^{n+1}} x^n$ ,  $(-3, 3)$   
 04.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{9^{n+1}} x^{2n+1}$ ,  $(-3, 3)$       05.  $1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} x^n$ ,  $(-1, 1)$   
 06.  $\sum_{n=0}^{\infty} \left[ (-1)^{n+1} - \frac{1}{2^{n+1}} \right] x^n$ ,  $(-1, 1)$   
 07. (a)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) x^n$ ,  $R=1$       (b)  $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+2)(n+1) x^n$ ,  $R=1$   
 (c)  $\frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n(n-1) x^n$ ,  $R=1$   
 08.  $\ln 5 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 5^n}$ ,  $R=5$       09.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 4^n (n+1) x^{n+1}$ ,  $R=\frac{1}{4}$   
 10.  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) x^n$ ,  $R=1$

11.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{16^{n+1}} x^{2n+1}, R=4;$



12.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x^{2n+1}}{2n+1}, R=1;$



13.  $C + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{8n+2}}{8n+2}, R=1$

14.  $C + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+3}}{n(n+3)}, R=1$

15. 0.199989

16. 0.000983

17. 0.19740

18. (a) 생략

(b) 0.920

19. 생략

20. 생략

21.  $[-1, 1], [-1, 1), (-1, 1)$

22. 생략

## 연습문제 8.7

01.  $b_8 = f^{(8)}(5)/8!$

02.  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n, R=1$

03.  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n, R=1$

04.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{2n+1}, R=\infty$

05.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, R=\infty$

06.  $-1 - 2(x-1) + 3(x-1)^2 + 4(x-1)^3 + (x-1)^4, R=\infty$

07.  $\ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n2^n} (x-2)^n, R=2$

08.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n e^6}{n!} (x-3)^n, R=\infty$

09.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n)!} (x-\pi)^{2n}, R=\infty$

10. 생략

11. 생략

12.  $1 - \frac{1}{4}x - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3 \cdot 7 \cdot \cdots \cdot (4n-5)}{4^n \cdot n!} x^n, R=1$

13.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)(n+2)}{2^{n+4}} x^n, R=2$

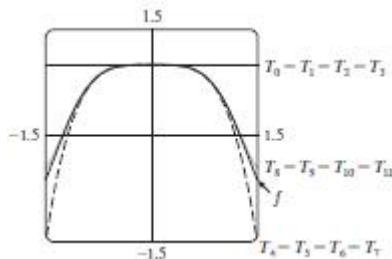
14.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{2n+1}, R=\infty$

$$15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n!} x^n, \quad R = \infty$$

$$16. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^{2n} (2n)!} x^{4n+1}, \quad R = \infty$$

$$17. \frac{1}{2}x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1)}{n! 2^{3n+1}} x^{2n+1}, \quad R = 2$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}, \quad R = \infty$$



$$19. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n)!} x^{4n}, \quad R = \infty;$$

$$20. 0.99619$$

$$21. (a) 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1)}{2^n n!} x^{2n}$$

$$(b) x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1)}{(2n+1) 2^n n!} x^{2n+1}$$

$$22. C + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{6n+2}}{(6n+2) (2n)!}, \quad R = \infty$$

$$23. C + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n (2n)!} x^{2n}, \quad R = \infty$$

$$24. 0.440$$

$$25. 0.09998750$$

$$26. \frac{1}{2}$$

$$27. \frac{1}{120}$$

$$28. 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{25}{24}x^4$$

$$29. 1 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{360}x^4$$

$$30. e^{-x^4}$$

$$31. 1/\sqrt{2}$$

$$32. e^3 - 1$$

$$33. (a) \sum_{n=1}^{\infty} n x^n \quad (b) 2$$

$$34. \text{생략}$$

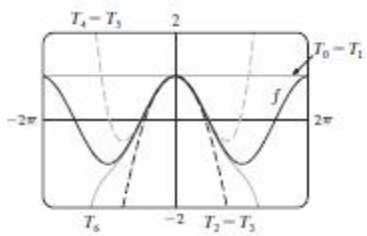
$$35. \text{생략}$$

$$36. \text{생략}$$

## 연습문제 8.8

$$01. (a) T_0(x) = 1 = T_1(x), \quad T_2(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 = T_3(x),$$

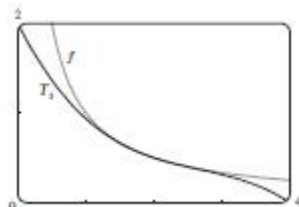
$$T_4(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 = T_5(x), \quad T_6(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6;$$



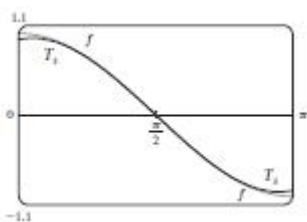
(b) 생략

(c) 생략

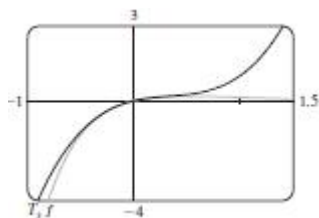
02.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{8}(x-2)^2 - \frac{1}{16}(x-2)^3;$



03.  $-\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{6}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3;$



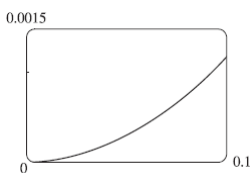
04.  $x - 2x^2 + 2x^3;$



05. (a)  $1 + \frac{1}{2}x$

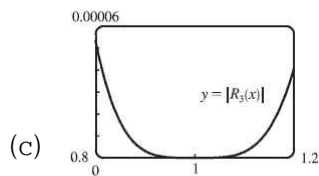
(b) 0.00125

(c)



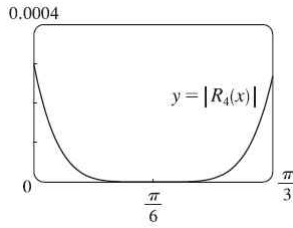
06. (a)  $1 + \frac{2}{3}(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2 + \frac{4}{81}(x-1)^3$

(b) 0.000097

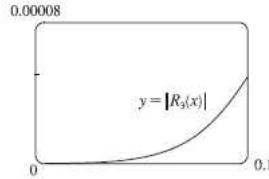


07. (a)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{4}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{12}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)^3 + \frac{1}{48}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)^4$

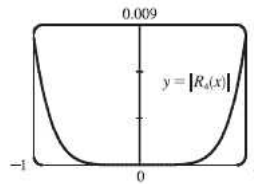
(b) 0.000328 (c)



08. (a)  $1 + x^2$  (b) 0.00006 (c)



09. (a)  $x^2 - \frac{1}{6}x^4$  (b) 0.042 (c)



10. 0.17365

11. 0.61566

12. 4개

13.  $-1.037 < x < 1.037$

14. 21 m, 아니다.

15. 생략

16. (a)  $x^2 - \frac{1}{6}x^4$  (b) 0.042 (c) 약  $8 \times 10^{-9}$  km 차이가 난다.

17. 생략

18. 생략

## 8장 복습문제

### 참-거짓 질문

01. 거짓 02. 참 03. 거짓 04. 거짓 05. 거짓 06. 참 07. 참  
08. 거짓 09. 참 10. 참 11. 참

### 연습문제

01.  $\frac{1}{2}$  02. 발산 03. 0 04.  $e^{12}$  05. 수렴 06. 수렴  
07. 발산 08. 수렴 09. 수렴 10. 수렴 11. 조건부수렴  
12. 절대수렴 13. 8 14.  $\pi/4$  15.  $e^{-e}$  16. 생략 17. 0.9721  
18. 생략 19. 4,  $[-6, 2)$  20. 0.5,  $[2.5, 3.5)$   
21.  $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{1}{(2n)!} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)^{2n} + \frac{\sqrt{3}}{(2n+1)!} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)^{2n+1} \right]$

$$22. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{n+2}, \quad R = 1$$

$$23. \ln 4 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 4^n}, \quad R = 4$$

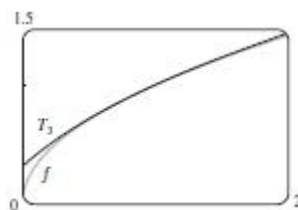
$$24. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{8n+4}}{(2n+1)!}, \quad R = \infty$$

$$25. \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cdots \cdot (4n-3)}{n! 2^{6n+1}} x^n, \quad R = 16$$

$$26. C + \ln|x| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot n!}$$

$$27. \text{ (a) } 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3$$

(b)



$$\text{(c) } 0.000006$$

$$28. -\frac{1}{6}$$

$$29. 2$$

$$30. \text{ 생략}$$

-----