

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.1 최댓값과 최솟값

유제 4-1

최댓값은 $f(0) = 0$, 최솟값은 존재하지 않는다.

유제 4-2

최솟값은 $f(0) = 0$ 이고 최댓값은 $f(2) = 8$ 이다.

유제 4-3

$$\frac{3}{2}$$

유제 4-4

최댓값은 $f(2) = 3$, 최솟값은 $f(0) = -1$

4.1 연습문제

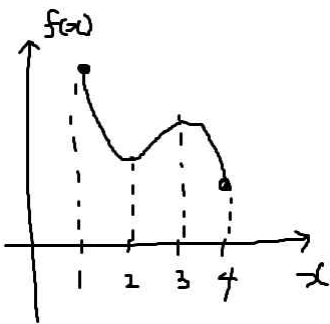
01

거짓이다. 반례 : 구간 $[-1, 1]$ 에서 $f(x) = x^3$

02

거짓이다. 반례 : 구간 $(1, 2)$ 에서 $f(x) = \frac{1}{x}$

03



04

1

05

임계수는 없다.

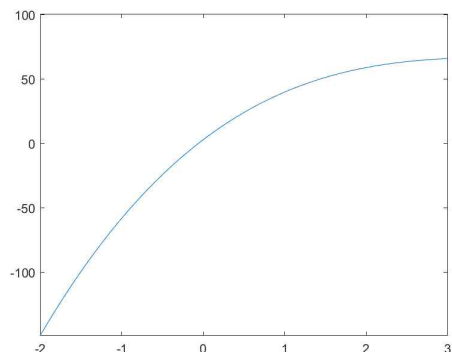
06

$$\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$$

CHAPTER 04 미분의 응용

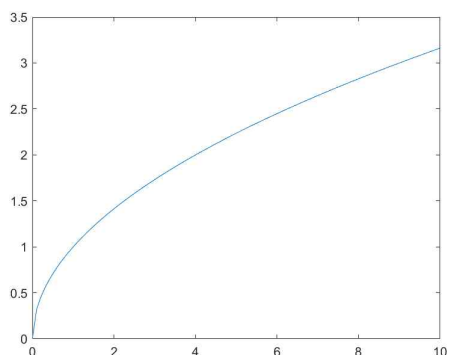
07

$f(3) = 66$ 이 최댓값, $f(-2) = -65$ 가 최솟값



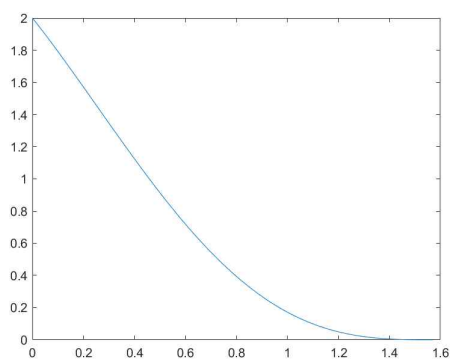
08

최댓값은 존재하지 않고 $f(0) = 0$ 이 최솟값이다.



09

$f(0) = 2$ 이 최댓값이고 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 이 최솟값이다.



10

$f(0) = 4$ 이 최댓값이다. $f(1) = 0$ 이 극솟값이자 최솟값이고, 극댓값은 존재하지 않는다.

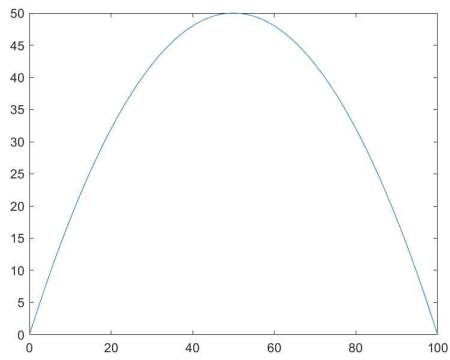
11

증명 생략

CHAPTER 04 미분의 응용

12

$N = 50$ 일 때 인구 성장률이 최대다.



CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.2 평균값 정리

유제 4-5

증명 생략.

$$c = 0$$

유제 4-6

$f(3)$ 이 될 수 있는 가장 작은 값은 7이다.

4.2 연습문제

01

$$c = 2$$

02

$$c = \frac{1}{4}$$

03

$$c = \frac{\pi}{12}$$

04

$$c = 1$$

05

$$c = 0$$

06

평균값 정리의 조건을 만족하지 않는다.

07

증명 생략.

08

증명 생략.

09

증명 생략.

10

$$\frac{5}{2}$$

11

$$s'(t) = \frac{3}{10}t^2$$

12

$$t = \sqrt{\frac{25}{3}}$$

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.3 도함수와 그래프 모양

유제 4-7

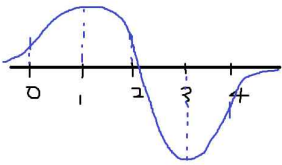
$x > \frac{1}{\sqrt{3}}$ 또는 $x < -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 에서 증가한다.

$-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ 에서 감소한다.

유제 4-8

$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ 이 극댓값이고 $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ 이 극솟값이다.

유제 4-9



유제 4-10

$x < 0$ 에서 위로 볼록, $x > 0$ 에서 아래로 볼록, $x = 0$ 이 변곡점이다.

$f(-1) = 4$ 는 극댓값이고, $f(1) = -2$ 는 극솟값이다.

4.3 연습문제

01

참이다.

02

거짓이다.

03

참이다.

04

거짓이다.

05

거짓이다.

06

전체구간에서 증가하고 극댓값, 극솟값은 존재하지 않는다.

$x = 2$ 에서 변곡점을 갖고 $x < 2$ 에서 위로 볼록하고 $x > 2$ 에서 아래로 볼록하다.

07

전체구간에서 증가하고 극댓값, 극솟값은 존재하지 않는다.

변곡점은 갖지 않고 전체구간에서 위로 볼록하다.

CHAPTER 04 미분의 응용

08

구간 $\left[2n\pi, \left(\frac{3}{4} + 2n\right)\pi\right]$, $\left[\left(\frac{7}{4} + 2n\right)\pi, 2(n+1)\pi\right]$ 에서 증가하고 구간 $\left[\left(\frac{3}{4} + 2n\right)\pi, \left(\frac{7}{4} + 2n\right)\pi\right]$ 에서 감소하며,

$f\left(\left(\frac{3}{4} + 2n\right)\pi\right) = 1$ 이 극댓값, $f\left(\left(\frac{7}{4} + 2n\right)\pi\right) = -1$ 이 극솟값이다.

$x = \left(\frac{1}{4} + n\right)\pi$ 에서 변곡점을 가지며

구간 $\left[\left(\frac{1}{4} + 2n\right)\pi, \left(\frac{5}{4} + 2n\right)\pi\right]$ 에서 아래로 볼록, 구간 $\left[\left(\frac{5}{4} + 2n\right)\pi, \left(\frac{9}{4} + 2n\right)\pi\right]$ 에서 위로 볼록하다.

09

$x > \sqrt{3}$, $x < -\sqrt{3}$ 에서 증가하고 $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ 에서 감소하며,

$f(\sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이 극댓값, $f(-\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이 극솟값이다.

변곡점은 존재하지 않고, $x > 0$ 에서 아래로 볼록, $x < 0$ 에서 위로 볼록하다.

10

$x < 0$, $\frac{8}{5} < x \leq 2$ 에서 감소하고 $0 < x < \frac{8}{5}$ 에서 증가하며,

$f\left(\frac{8}{5}\right) = \frac{64\sqrt{10}}{125}$ 이 극댓값, $f(0) = 0$ 이 극솟값이다.

$x = \frac{24 - 4\sqrt{6}}{15}$ 에서 변곡점을 갖고

$x < 24 - 4\sqrt{6}$ 에서 아래로 볼록, $x > 24 - 4\sqrt{6}$ 에서 위로 볼록하다.

CHAPTER 04 미분의 응용

11

$$f(x) = 10x^3 - 15x^2 + 5$$

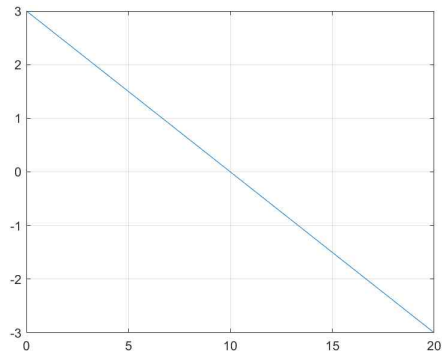
12

증명 생략.

13

c 에서 극댓값 또는 극솟값을 갖지 않는다. $x = c$ 에서 변곡점을 갖는다.

14



15

모든 구간에서 감소한다.

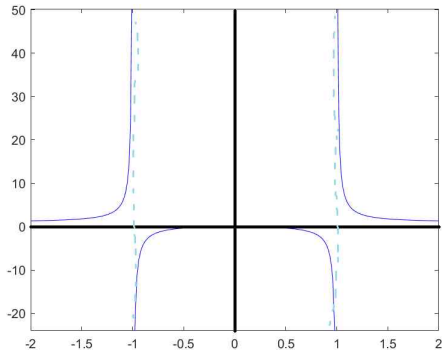
16

감소한다.

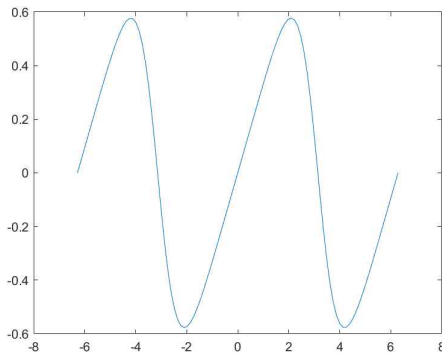
CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.4 함수의 그래프 그리는 방법

유제 4-11

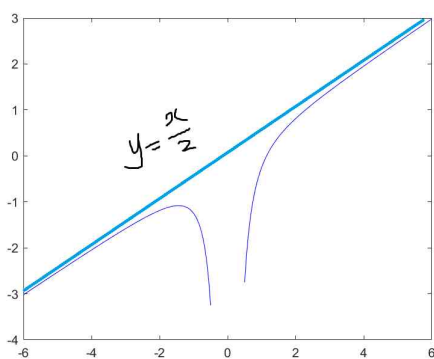


유제 4-12



유제 4-13

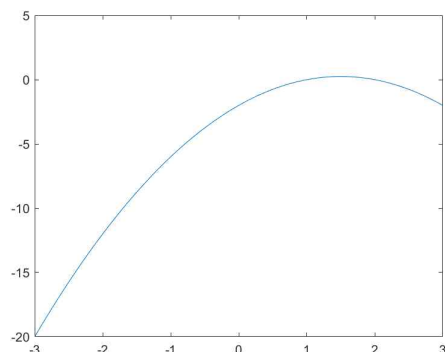
경사점근선은 $y = \frac{x}{2}$ 이다.



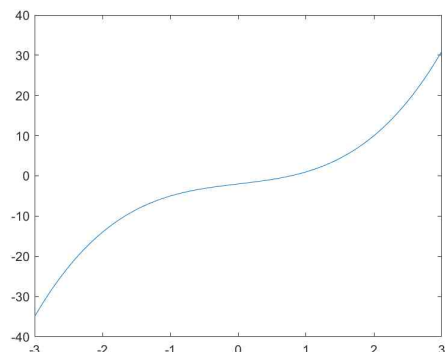
CHAPTER 04 미분의 응용

4.4 연습문제

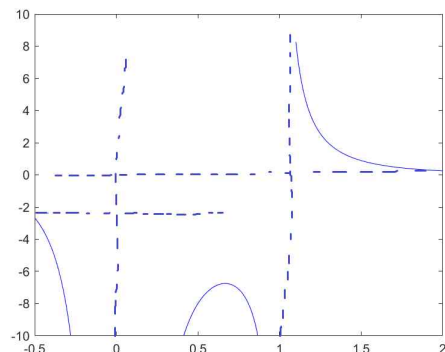
01



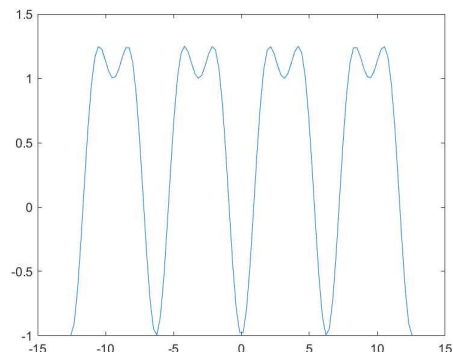
02



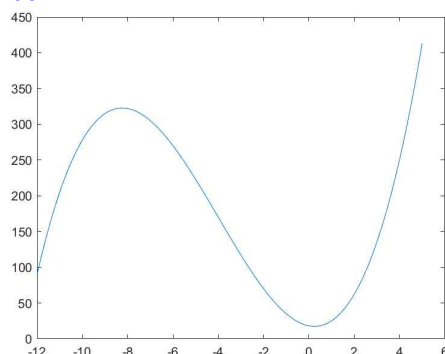
03



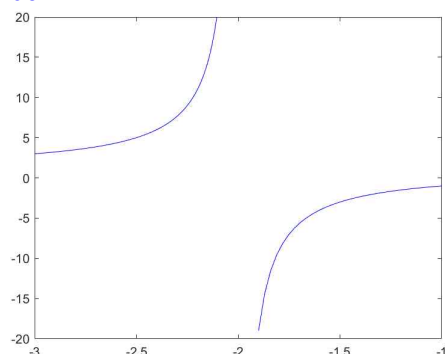
04



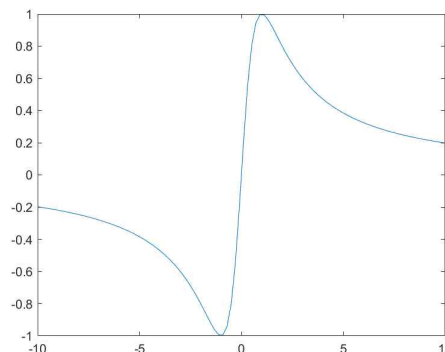
05



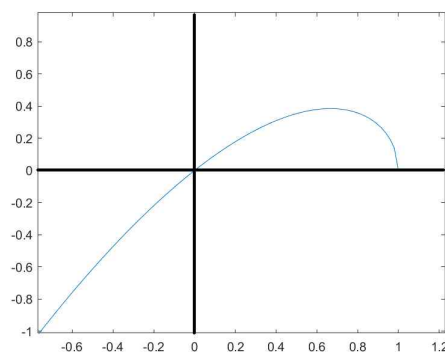
06



07

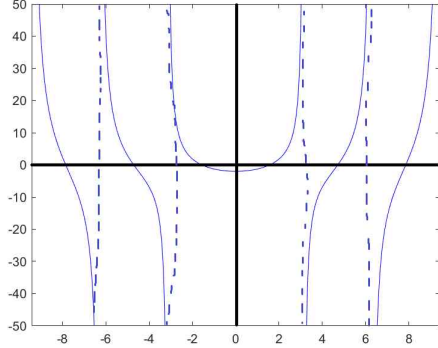


08

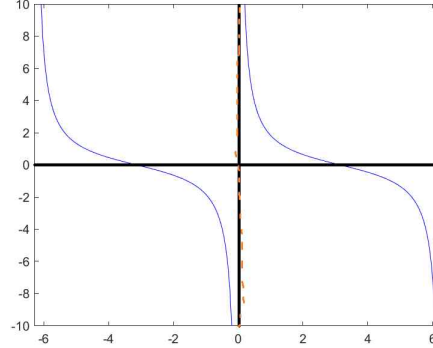


CHAPTER 04 미분의 응용

09

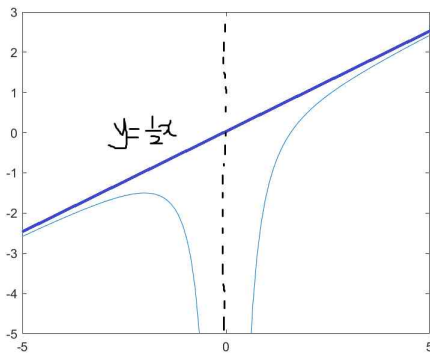


10



11

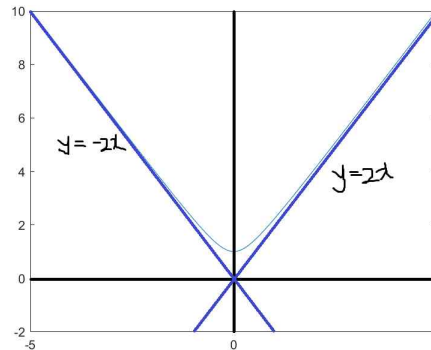
$f(x) = \frac{x}{2} - \frac{2}{x^2}$ 이므로 경사점근선은 $y = \frac{x}{2}$ 이다.



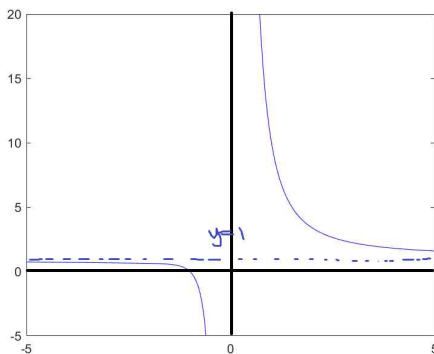
12

$y = \sqrt{4x^2 + 1} = |2x| \sqrt{1 + \frac{1}{4x^2}}$ 이므로

경사점근선은 $y = \pm 2x$ 이다.



13



14

c 와 상관없이 $x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ 에서 변곡점을 가진다.

$c = 0$ 인 경우, $x = 2n\pi$ 에서 극솟값, $x = (2n + 1)\pi$ 에서 극댓값을 가진다.

$c \in [-1, 1]$ 인 경우, $x = \sin^{-1}(-c) \in [0, 2\pi]$ 를 만족하는 두 x 값을 x_1, x_2 라고 했을 때,

구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ 안에 존재하는 값 x_1 에 대하여 $x_1 + 2n\pi$ 에서 극솟값을 갖고,

구간 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 안에 존재하는 값 x_2 에 대하여 $x_2 + 2n\pi$ 에서 극댓값을 갖는다.

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.5 최적화 문제

유제 4-14

밑면의 길이 $a = 5$, 높이 $h = 5$

유제 4-15

A 지점에서 곧바로 C 지점까지 전동킥보드를 타고 가는 것이 가장 빠르다.

유제 4-16

높이는 $r\sqrt{2}$, 밑변은 $r\sqrt{2}$ 이다.

유제 4-17

$N = k$

4.5 연습문제

01

$$y = 2x + 3$$

02

직원기둥 모양의 통나무 밑면에 내접하는 직사각형이 밑면인 직육면체 대들보로 만들면 된다.

03

$$x = 0$$

04

$$a = 10, b = 10$$

05

$$r = \sqrt{10\pi}, \theta = 2$$

06

증명 생략.

07

$$2\sqrt{2}$$

08

구의 반지름을 R , 직원뿔의 반지름을 r , 높이를 h 라고 할 때

$$h = \frac{4}{3}R, r = \sqrt{\frac{5}{3}}R$$

09

직사각형의 가로 : 375, 세로 : 375

10

CHAPTER 04 미분의 응용

직사각형 넓이의 최댓값은 r^2

11

직사각형 넓이의 최댓값은 $\frac{r^2}{2}$

12

$\sqrt{2}$

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.6 여러 가지 비율

유제 4-18

한 변이 줄어드는 속도는 $-\frac{1}{60}\text{mm/s}$ 이다.

유제 4-19

A와 B가 서로 멀어지는 속도는 $6\sqrt{5}\text{km/h}$ 이다.

유제 4-20

$$10e^{-0.2} \approx 8$$

유제 4-21

$$100 \times 2^{-\frac{2000}{5730}} \approx 79$$

4.6 연습문제

01

$$15\text{cm}^3/\text{min}$$

02

$$\frac{1}{15}\Omega/\text{s}$$

03

$$\frac{50 + 5\sqrt{2}}{52 + 10\sqrt{2}}$$

04

$$-0.3$$

05

$$\frac{2}{9}\text{m}/\text{min}$$

06

$$-0.3\text{cm}^3/\text{s}$$

07

$$\text{약 } 69^\circ\text{C}$$

08

19분 후

09

$$N(0) = N_0$$

10

증명 생략.

CHAPTER 04 미분의 응용

11

$$N(t) = 10 \times 4.2^t$$

12

740

13

$$\frac{dN}{dt} = 10 \ln(4.2) \times 4.2^t$$

14

1.6시간 후

15

$$m(t) = 10 \times 2^{-\frac{t}{30}}$$

16

$$m(50) \approx 3.1\text{mg}$$

17

100년

18

$$s(t) = t^2 - \cos t + 1$$

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.7 선형근사와 미분

유제 4-22

0.995

유제 4-23

$0.15\sqrt{3}\text{ cm}^2$

유제 4-24

상대오차는 $\frac{\Delta V}{V} = 0.015$ 이며 백분율오차로 환산하면 1.5%이다.

유제 4-25

근사해 : 2

4.7 연습문제

01

거짓이다.

02

$L(x) = -2x$

03

$L(x) = 1 - x$ 이다.

$\sqrt{0.8} \approx 0.9, \sqrt{0.98} \approx 0.99$

04

선형근사 : $L(x) = 1 + \frac{x}{4}$

오차 범위 0.1 내에서 정확하게 되는 x 값 : 0.4

05

$L(x) = 1 + \frac{5}{3}x$

06

선형근사 : $f(x) \approx 1 + \frac{5}{3}x$

$\sqrt[3]{1.05} \approx \frac{61}{60}$

07

$\frac{1}{5} \left\{ \left(\frac{50}{3} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right\}$

08

$(1.999)^3$ 의 근삿값은 7.988이다.

09

$dy = \sec^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

CHAPTER 04 미분의 응용

10

$$dy = 1, \Delta y = 0.1$$

11

$$1 < f(0.01) < f(0.1)$$

12

증명 생략.

13

최대 오차는 $dV = 80\pi\text{cm}^3$, 상대오차는 $\frac{dV}{V} = 0.0075$, 백분율오차는 0.75%다.

14

최대 오차는 $dA = 0.025\sqrt{3}\text{cm}^2$, 상대오차는 $\frac{dA}{A} = 0.002$, 백분율오차는 0.2%다. (2022-05-16 Updatd)

15

증명 생략.

CHAPTER 04 미분의 응용

SECTION 4.8 부정형과 로피탈 법칙

유제 4-26

$$\frac{1}{4}$$

유제 4-27

$$1$$

유제 4-26

$$\frac{1}{4}$$

유제 4-27

$$1$$

유제 4-28

$$0$$

유제 4-29

$$0$$

유제 4-30

$$0$$

유제 4-31

$$-\frac{1}{2}$$

유제 4-32

$$1$$

4.8 연습문제

01

거짓이다.

02

$$\infty$$

03

$$0$$

04

$$2$$

05

$$0$$

06

$$\infty$$

CHAPTER 04 미분의 응용

07

0

08

$\frac{\pi}{2}$

09

0 (2022-05-16 Updated)

10

$-\infty$

11

-1

12

1

13

∞

14

∞

15

$\frac{1}{2}$

16

∞

17

0

18

40

19

증명 생략.