# 6.1 연습문제

**1.** 그렇다.

**6.** [연습문제 6.1.5]에서, 괄호 안은 $f'(\xi_1)-f'(\xi_2)$이고 크기는 $2C$를 초과하지 않는다.

**9.** 절점 $\approx 1.57\times 10^{10}$

**10.** $\sum_{i=1}^{n} f(t_i)S_i$는 절점 $t_0, t_1, \cdots, t_n$을 가지는 1차 스플라인 함수 선형 결합이다. 마찬가지로, $t_j$에서의 값은 $\sum_{i=1}^{n} f(t_i)S_i(t_j)=f(t_j)$이다.
$x>t_{i+1}$ 또는 $x<t_{i-1}$이면 $S_i(x)=0$이다.
$(t_{i-1}, t_i)$에서, $S_i(x)$는 $(x-t_{i-1})/(t_i-t_{i-1})$로 주어지고, $(t_i, t_{i+1})$에서, $S_i(x)$는 $(x-t_{i+1})/(t_i-t_{i+1})$로 주어진다. $S_0$과 $S_n$은 약간 다르다.

**12.** $S$가 조각적으로 2차이면 분명하게 $S'$는 조각적으로 선형이다. $S$가 2차 스플라인이면 $S\in C^1$이다. 그러므로, $S'\in C$이다. $S'$는 조각적으로 선형이며 연속이다.

**17.** $$\begin{cases} Q_0(x) = -(x+1)^2+2 \\ Q_1(x) = -2x+1 \\ Q_2(x) = 8\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(x-\frac{1}{2}\right) \\ Q_3(x) = -5(x-1)^2+6(x-1)+1 \\ Q_4(x) = 12(x-2)^2-4(x-2)+2 \end{cases}$$

**19.** 식(8)

**20.** **(a)** 그렇다.
**(b)** 아니다.
**(c)** 아니다.

**21.** 그렇다.

## 6.2 연습문제

**1.** 아니다.

**2.** 아니다.

**4.** $a=-4, \quad b=-6, \quad c=-3, \quad d=-1, \quad e=-3$

**5.** $a=-5, \quad b=-26, \quad c=-27, \quad d=\dfrac{27}{2}$

**6.** 아니다.

**7.** **(a)** $S(x)$는 $x=-1$에서 연속이 아니다. $S''(x)$는 $x=-1,1$에서 연속이 아니다.

**8.** **(a)** $(m+1)n$
**(b)** $n+1$
**(c)** $m(n-1)$
**(d)** $m-1$

**10.**
$$S=\begin{cases} x^2, & [0,1] \\ 1+2(x-1)+(x-1)^2+(x-1)^3, & [1,2] \\ 5+7(x-2)+4(x-2)^2, & [2,3] \end{cases}$$

**12.** $a=3, b=3, c=1$

**13.** 아니다.

**15.** $a=-1, b=3, c=-2, d=2$

**17.** $n+3$

**19.** $f$는 3차 스플라인이 아니다.

**22.** $p_3(x)=x-0.0175x^2+0.1927x^3$; 아니다.

**26.** $S$는 선형이다.

**32.**
$$\begin{aligned} S_0(x) &= -\tfrac{5}{7}(x-1)^3+\tfrac{12}{7}(x-1), \\ S_1(x) &= \tfrac{6}{7}(x-2)^3-\tfrac{5}{7}(3-x)^3-\tfrac{6}{7}(x-2)+\tfrac{12}{7}(3-x), \\ S_2(x) &= -\tfrac{5}{7}(x-3)^3+\tfrac{6}{7}(4-x)^3+\tfrac{12}{7}(x-3)-\tfrac{6}{7}(4-x), \\ S_3(x) &= -\tfrac{5}{7}(5-x)^3+\tfrac{12}{7}(5-x) \end{aligned}$$

**33.** $S$의 조건은 이를 짝함수로 만든다. $[-1,0]$에서 $S(x)=S_0(x)$이고 $[0,1]$에서 $S(x)=S_1(x)$이면 $S_1(0)=1, S'_1(0)=0, S_1''(1)=0, S_1(1)=0$이다. 쉬운 계산은 $S_1(x)=1-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}x^3$을 도출한다.

**38.** $5n, n+4$

**39.** 그렇다.

## 6.3 연습문제

**2.** 재귀 관계의 체비셰프 다항식(9.2절 참고)

**3.**

$$B_i^2(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-t_i)^2}{(t_{i+2}-t_i)(t_{i+1}-t_i)}, & [t_i, t_{i+1}]\\ \dfrac{(x-t_i)(t_{i+2}-x)}{(t_{i+2}-t_i)(t_{i+2}-t_{i+1})}+\\ \dfrac{(t_{i+3}-x)(x-t_{i+1})}{(t_{i+3}-t_{i+1})(t_{i+2}-t_{i+1})}, & [t_{i+1}, t_{i+2}]\\ \dfrac{(t_{i+3}-x)^2}{(t_{i+3}-t_{i+1})(t_{i+3}-t_{i+2})}, & [t_{i+2}, t_{i+3}]\\ 0, \quad \text{elsewhere} & \end{cases}$$

**5.** $\sum_{i=-\infty}^{\infty} f(t_i)B_i^0(x)$

**14.** $n-k \leqq i \leqq m-1$

**15.** $k$에서 귀납법을 사용하고 $[t_i, t_{i+1}]$에서 $B_{i+i}^{k+i}(x)=0$

**16.** 아니다.

**17.** 아니다.

**19.** $\sum_{i=-\infty}^{\infty} t_{i+1}B_i^1(x)$

**20.** 식(9)에서, 모든 $c_i=1$을 취한다. 그러면 $d_i=0$이다. 그러므로, $\frac{d}{dx}\sum_{i=1}^{n} B_i^k(x)=0$와 $\sum_{i=1}^{n} B_i^k(x)$는 상수이다.

**24.** 식(14)에서 $A_j=1$을 제외한 모든 $A$에 0을 취한다. $A_{j+1}=1$을 제외한 모든 $A$는 0을 취한다.

**28.** 아니다.

**30.** $C_i^2 = t_{i+1}t_{i+2}$로 두면, $C_i^1 = xt_{i+1}$이고, $C_i^0 = x^2$이다.

**32.** $t_j \geqq t_{i+k+1}$ 또는 $t_j \leqq t_i$ 이면 $B_i^k(t_j) = 0$이다.

**33.** $x = (t_{i+3}t_{i+2} - t_i t_{i+1})/(t_{i+3} + t_{i+2} - t_{i+1} - t_i)$

## 6.3 컴퓨터 연습문제

**7.** 47040